Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра прикладной механики и компьютерных технологий

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 03C1BBABF83E153235592ADEEC463FDD
Владелец МАШАРОВ ПАВЕЛ АНАТОЛЬЕВИЧ
Действителен с 06.07.2026 по 29.09.2027
Должность проректор

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«16» апреля 2026 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ»

Укрупненная группа направлений подготовки	09.00.00 Информатика и вычислительная техника
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	09.03.04 Программная инженерия
Направленность (профиль) образовательной программы	Программная инженерия
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2026

Рабочая программа дисциплины **«Методы математического моделирования»** для обучающихся по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия (Профиль: Программная инженерия), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19 сентября 2017 г. № 920 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2026 года.

Разработчик:
доцент кафедры прикладной механики и компьютерных технологий,
канд. физ.-мат. наук, доцент Н.С. Бондаренко

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры прикладной механики и компьютерных технологий.
Протокол от 15.04.2026 г. № 11

Заведующий кафедрой А.С. Гольцев

СОГЛАСОВАНО:

Врио декана факультета математики и информационных технологий Н.Е. Мащенко
16.04.2026

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 15.04.2026 г. № 3.
Председатель Ю.В. Абраменкова

Руководитель основной профессиональной образовательной программы,
д-р физ.-мат. наук, проф. А.С. Гольцев
15.04.2026 г.

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Математическое моделирование физических процессов.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	09.03.04 Программная инженерия (Профиль: Программная инженерия)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.30. Методы математического моделирования
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	3,5 / 126

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы	всего	Форма контроля
Очная	2	4	28	28	14	56	126	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование знаний о современных технологиях построения и исследования математических моделей различных сложных систем.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.5. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	ОПК-1.5.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования
		ОПК-1.5.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
		ОПК-1.5.3. Владеет навыками решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Введение в математическое моделирование	
Тема 1. Цель моделирования. Построение содержательной модели	Понятие модели и моделирования. Формулировка задачи и конкретизация цели исследования. Анализ исследуемой системы и её декомпозиция. Построение содержательной модели. Иерархия содержательных моделей
Тема 2. Математические модели, их классификация	Классификация моделей. Математические модели. Основные понятия дифференциальных уравнений. Этапы математического моделирования
Тема 3. Моделирование некоторых физических и биологических процессов	Разрушение биологических клеток. Закон распада радиоактивных веществ. Уравнения с разделяющимися переменными. Постановка задачи Коши. Построение графика решения задачи Коши в пакете Maple. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Тема 4. Непрерывные экономические модели	Динамическая модель Кейнса. Уравнение Самуэльсона. Методы интегрирования линейных уравнений первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати
Тема 5. Геометрические модели	Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения, неразрешённые относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель
Тема 6. Математические модели механических систем и процессов	Колебание маятника в поле силы тяжести. Колебание колец Сатурна. Дифференциальные уравнения высших порядков
Раздел 2. Линейные и нелинейные математические модели	
Тема 7. Линейные модели	Понятие линейной модели. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Линейные однородные и неоднородные уравнения. Задача Коши. Линейные уравнения высших порядков с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Лиувилля. Уравнения Эйлера
Тема 8. Краевые задачи в моделировании	Постановка краевой задачи. Пример решения граничной задачи
Тема 9. Примеры использования линейных моделей в экономике	Модель изменения зарплаты и занятости. Линейные однородные системы. Линейные неоднородные системы
Тема 10. Нелинейные модели. Процедура линеаризации	Автономные системы на плоскости. Линеаризация системы. Классификация неподвижных точек. Теорема о линеаризации. Устойчивость особых точек. Динамика популяций

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Введение в математическое моделирование					
Тема 1. Цель моделирования. Построение содержательной модели	3	3	1	5	12
Тема 2. Математические модели, их классификация	3	3	1	5	12
Тема 3. Моделирование некоторых физических и биологических процессов	3	3	1	5	12
Тема 4. Непрерывные экономические модели	3	3	1	5	12
Тема 5. Геометрические модели	3	3	1	5	12
Тема 6. Математические модели механических систем и процессов	3	3	1	5	12
Итого по разделу 1	**18**	**18**	**6**	**30**	**72**
Раздел 2. Линейные и нелинейные математические модели					
Тема 7. Линейные модели	3	3	2	5	13
Тема 8. Краевые задачи в моделировании	3	3	2	5	13
Тема 9. Примеры использования линейных моделей в экономике	3	3	2	5	13

Тема 10. Нелинейные модели. Процедура линеаризации	1	1	2	11	15
Итого по разделу 2	**10**	**10**	**8**	**26**	**54**
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	**28**	**28**	**14**	**56**	**126**

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Введение в математическое моделирование

1. Понятие модели и моделирования. Требования, предъявляемые к моделям.
2. Классификация моделей.
3. Понятие математической модели. Способы классификации математических моделей.
4. Этапы математического моделирования.
5. Определение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) первого порядка, его общего решения и общего интеграла.
6. ОДУ с разделяющимися переменными: определение, метод решения, постановка задачи Коши. Решение уравнений вида $y' = f\left(ax + by\right)$.
7. Модели, описываемые ОДУ с разделяющимися переменными (разрушение биологических клеток, закон распада радиоактивных веществ).
8. Решение ОДУ средствами Maple. Способы построения графика решения задачи Коши в среде пакета Maple.

Раздел 2. Линейные и нелинейные математические модели

1. Непрерывные экономические модели (динамическая модель Кейнса, уравнение Самуэльсона).
2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка: определение, методы решения.
3. Уравнения Бернулли: общий вид, способы решения.
4. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним.
5. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка, неразрешённых относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
6. Уравнения в полных дифференциалах: общий вид, метод решения.
7. Модель колебания маятника в поле силы тяжести.
8. ОДУ высшего порядка: общий вид, частные случаи, допускающие понижение порядка.
9. Линейные однородные уравнения n-го порядка: определение, структура общего решения, способ решения.
10. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка: определение, структура общего решения, постановка задачи Коши.
11. Методы решения линейных неоднородных уравнений n-го порядка.
12. Формула Остроградского – Лиувилля для линейного уравнения второго порядка.
13. Уравнения Эйлера n-го порядка: общий вид, методы решения.
14. Краевая задача для линейных уравнений второго порядка: постановка, примеры использования в динамике стержней.
15. Модель изменения зарплаты и занятости.
16. Линейные однородные системы: определение, решение методом Эйлера.
17. Линейные неоднородные системы: общий вид, решение методом вариации постоянных.
18. Основные понятия автономных систем на плоскости.

19. Неподвижные (особые) точки автономных систем. Линеаризация систем в особых точках.
20. Классификация неподвижных точек автономных систем в зависимости от корней характеристического уравнения матрицы системы.
21. Теорема о линеаризации.
22. Устойчивость особых точек.
23. Модель двух конкурирующих видов.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Вариационные принципы построения математических моделей.
2. Проверка адекватности математических моделей.
3. Модели динамических систем.
4. Методы и модели оценки финансового состояния предприятия.
5. Информационные системы и модели оценки инвестиционной деятельности предприятия.
6. Информационные системы и модели прогнозирования.
7. Применение методов оптимизации для планирования деятельности предприятия.
8. Применение экспертных систем для решения задач оценки и прогнозирования показателей деятельности предприятия.
9. Методы построения математических моделей в экономике, социальных науках и технике.
10. Методы имитационного моделирования.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Решите задачу

$$\dot{x} = \frac{t-(1+t)\ln(1+t)}{t^2(1+t)}x, \quad t>0, \quad \lim_{t\to+0} x(t) = \varepsilon.$$

Можно ли найти общее решение уравнения Риккати $y' = a(x)y + b(x)y^2 + c(x)$, если известны три его различных частных решения y_1, y_2, y_3?

Есть предположение, что *переживаемое* человеком время t вблизи настоящего момента воспринимается им не как абсолютное, а как его отношение ко всему времени $x(t)$, *прожитому* этим человеком к настоящему моменту. Исходя из этого предположения, составьте дифференциальное уравнение для функции $x(t)$ и решите его.

1. Пусть $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \ldots$ – произвольная неограниченная последовательность чисел. Может ли она быть последовательностью нулей некоторого решения какого-либо уравнения $\ddot{x} + a(t)x = 0$, где $a(t)$ – гладкая функция?

2. Докажите, что если уравнение $\ddot{y} + a(t)y = 0$, $t \ge 0$ с непрерывным коэффициентом $a(t)$ имеет решение, стремящееся к постоянной на бесконечности, то любое его нетривиальное решение эквивалентно $kx + b$ при $t \to +\infty$, $k^2 + b^2 \ne 0$.

3. Докажите, что каждое решение уравнения $y'' + e^x y = 0$ ограничено при $x \to \infty$.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и информационных технологий
Образовательная программа бакалавриата
Направление подготовки – 09.03.04 «Программная инженерия»
Семестр 4
Учебная дисциплина «Методы математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Понятие математической модели и её свойства. Требования, предъявляемые к математическим моделям.
2. Решить уравнение Кейнса

$$Y'(t)=\frac{1-a}{m}Y(t)-\frac{b+E}{m},$$

где $Y(t)$ – национальный доход; t – время; a – коэффициент склонности к потреблению $(0<a<1)$; m – норма акселерации; b – характеристика функционирования государства; E – государственные расходы.

Утверждено на заседании кафедры прикладной механики и компьютерных технологий

Протокол № __ от «__» _____ 20__ г.
Заведующий кафедрой **А. С. Гольцев**
Экзаменатор **Н. С. Бондаренко**

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по стобалльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и лабораторных занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из

полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 4

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	15
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	10
	Итого	**30**
2	Организационно-учебная работа в аудитории	15
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	10
	Итого	**30**
ИТОГО		**60**
Экзамен		**40**
Общий итог за семестр		**100**

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	
75-79	C		
70-74	D	удовлетворительно	
60-69	E		
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. **Балакин, А. А.** Численные методы и математическое моделирование : учебное пособие / А. А. Балакин. – Долгопрудный : Интеллект, 2026. – 287 с.

2. **Орлова, И. В.** Экономико-математические методы и модели : компьютерное моделирование : учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. – М. : Вузовский учебник, 2024. – 289 с.

10.2. Дополнительная литература

3. **Калинин, С. В.** Методы математического моделирования в микроэлектронике. Модели в форме СЛАУ / С. В. Калинин, А. С. Черкаев. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2025. – 134 с.

4. **Калинин, С. В.** Методы математического моделирования в микроэлектронике. Общие вопросы / С. В. Калинин, А. С. Черкаев. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2025. – 138 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU**: сайт / НЭБ (ООО). – Москва, 2000- . – URL: https://elibrary.ru (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

2. **Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»**: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: https://cyberleninka.ru/ (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

3. **Национальная подписка**: сайт / РЦНИ. – Москва, 2020- . – URL: https://podpiska.rcsi.science/ (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов.пользователей ДонГУ. – Текст: электронный.

4. **Национальная электронная библиотека** (НЭБ): федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: https://rusneb.ru/ (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

5. **Образовательная платформа Юрайт**: сайт. – Москва, 2013- . – URL: https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/ (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронная библиотека РГБ**: раздел сайта / РГБ. – Текст: электронный // Российская государственная библиотека: официальный сайт. – https://ldiss.rsl.ru/electroniclibrary. – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – Виртуальный читальный зал РГБ на территории НБ ДонГУ.

7. **Электронно-библиотечная система Лань**: сайт / ЭБС Лань. – С.-Петербург, 2011- . – URL: https://e.lanbook.com (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

8. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: http://library.donnu.ru/ (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

9. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: http://library.donnu.ru/catalog/

(дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

10. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: http://repo.donnu.ru/ (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. РЕД ОС, Astra Linux (OEM).
2. OpenOffice, LibreOffice.